

ODR I. Cvičení 3.

Definice: Uvažujme diferenciální rovnici

$$x' = f(x), \quad (DR)$$

kde $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ otevřená, $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ spojitá. Funkce $V : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ se nazývá *první integrál* autonomní diferenciální rovnice

$$x' = f(x), \quad (DR)$$

jestliže V je konstantní podél každého řešení rovnice (DR) a je nekonstantní v Ω .

Nalezněte obecná řešení následujících soustav:

$$1. \begin{cases} x' = x^2y, \\ y' = xy^2. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x' = xy, \\ y' = xy, \end{cases} \quad (x, y > 0), \quad 3. \begin{cases} x' = \frac{x^2}{y}, \\ y' = x, \end{cases} \quad (x, y > 0),$$

4. Proveďte kvalitativní analýzu systému

$$\begin{cases} S' = -\frac{\beta}{N}SI, \\ I' = \frac{\beta}{N}SI - \nu I, \\ R' = \nu I. \end{cases}$$

$$5. \text{ Pro systém dravec-kořist } \begin{cases} x' = x(1-x) - xy, \\ y' = -2y + xy \end{cases}, \quad x, y > 0$$

- (a) dokažte, že ani jeden druh nevyhyne
 - (b) najděte první integrál soustavy,
 - (c) nakreslete průběhy různých řešení
-

ODR I. Cvičení 3.

Definice: Uvažujme diferenciální rovnici

$$x' = f(x), \quad (DR)$$

kde $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ otevřená, $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ spojitá. Funkce $V : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ se nazývá *první integrál* autonomní diferenciální rovnice

$$x' = f(x), \quad (DR)$$

jestliže V je konstantní podél každého řešení rovnice (DR) a je nekonstantní v Ω .

Nalezněte obecná řešení následujících soustav:

$$1. \begin{cases} x' = x^2y, \\ y' = xy^2. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x' = xy, \\ y' = xy, \end{cases} \quad (x, y > 0), \quad 3. \begin{cases} x' = \frac{x^2}{y}, \\ y' = x, \end{cases} \quad (x, y > 0),$$

4. Proveďte kvalitativní analýzu systému

$$\begin{cases} S' = -\frac{\beta}{N}SI, \\ I' = \frac{\beta}{N}SI - \nu I, \\ R' = \nu I. \end{cases}$$

$$5. \text{ Pro systém dravec-kořist } \begin{cases} x' = x(1-x) - xy, \\ y' = -2y + xy \end{cases}, \quad x, y > 0$$

- (a) dokažte, že ani jeden druh nevyhyne
- (b) najděte první integrál soustavy,
- (c) nakreslete průběhy různých řešení